FICHE DES MATIERES –NUMERO 09

Nom	:
Date	:
Classe	: 4ème Humanité
Branche	: Mathématique
Sous Branche	: Algèbre
Sujet de la révision	: Radicaux Arithmétique
Sujet de la leçon	: Réduction des radicaux au même indice
Référence	: Maitriser les maths 4 P.84,
Programme	: Programme national de math 2005
Matériel Didactique	: TN
Méthode	: Activité participative
Objectif opérationnel	: A la fin de cette leçon, vous devez être capable d'effectuer la réduction des radicaux aux même indice par rapport aux opérations.

Durée	Activités de l'enseignant	Activités de l'élève
	I. Activités initiales	
	a) Révision Au niveau de la 3ème H, nous avions vu les radicaux d'indice$n$ n nous avions calculé les racines d'un produit, la simplification des radicaux, racine d'un quotient, racine $n^{ème}$ de la puissance et la multiplication par un même nombre non nul de l'indice et de l'exposant d'un radicant. - $\sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \sqrt[3]{\frac{2^6}{3^3}} = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$ - $\sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{(2^4)^3} = 2^3 \; ou \; 8$ - $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[3\cdot 2]{5} = \sqrt[6]{5}$ **b) Motivation(découverte)** La racine $n^{ème}$ arithmétique de α ou radical arithmétique d'indice n de a est le nombre réel positif x dont la $n^{ème}$ puissance est a et on note : $\sqrt[n]{a}$ (avec $n \geq 2$). Pour un bon résultat, il faut simplifier, s'il y a lieu les radicaux semblables **c) Annonce du sujet** Aujourd'hui, nous allons voir la réduction des radicaux au même indice	Effectuer : a) $\sqrt[3]{\frac{64}{27}}$ b) $\sqrt[4]{16^3}$ c) $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$ Qu'est-ce qu'une racine $n^{ème}$ arithmétique ?

II. Activités principales

Définition :

Deux radicaux sont dits semblables lorsqu'après simplification, ils ont les mêmes indices et les mêmes radicants.

Quand est-ce que deux radicaux sont semblable ?

Ex:

- Les radicaux : $\sqrt[3]{54}$, $\sqrt[6]{4}\ et\ \sqrt[3]{250}$

Sont semblables car ils peuvent s'écrire :

$$3\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{2}\ et\ 5\sqrt[3]{2}$$

- Les radicaux : $\sqrt[4]{16a^3b}; \sqrt[4]{\frac{a}{b}}\ et\ \sqrt[8]{a^b b^2},$ sont semblable car ils peuvent s'écrire :

$$2\sqrt[4]{a^3b}, \frac{1}{a}\sqrt[4]{a^3b}\ et\ \sqrt[4]{a^3b}$$

Résolution :

- Simplifier les radicaux s'il y a lieu
- Choisir le plus petit commun multiple (ppcm) des indices.

Que faire pour réduire les radicaux aux mêmes indices ?

Ex :

- $\sqrt[6]{2^8}\ et\ \sqrt[20]{3^{15}} =$
  $\sqrt[3]{2^4}\ et\ \sqrt[4]{3^3}\ (après\ simplifaction)$
  $ppcm(3,4) = 12,$ ils deviennent :
  $\sqrt[12]{2^{16}}\ et\ \sqrt[12]{3^9}$
- $\sqrt[3]{a^2}, \sqrt[3]{d^3}\ et\ \sqrt[5]{b^4}, ppcm(3,4\ et\ 5) = 60$

III. Synthèse

Nous venons de voir la réduction des radicaux au même indice qui s'effectue en respectant le principe suivant :

- Simplifier les radicaux s'il y a lieu
- Choisir le $ppcm$

IV. Application

a)

- $\sqrt{108} = \sqrt{2^2 3^3} = \sqrt{2^2 3^2 3} = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$
- $\sqrt[3]{\frac{81}{8}} = \sqrt[3]{\frac{3^4}{2^3}} = \sqrt[3]{3 \cdot \frac{3^3}{2^3}} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{3}$
- $\sqrt[6]{32 \cdot 48} = \sqrt[6]{2^5 2^4} = \sqrt[6]{2^9 \cdot 3} = \sqrt[6]{2^6 2^3 3} = 2\sqrt[6]{2^3 3}$

b)

- $\sqrt[3]{\sqrt[n]{a^n}} = \sqrt[3\cancel{n}]{a^{\cancel{n}}} = \sqrt[3]{a}$
- $\sqrt[3]{\sqrt{4a^2b^{10}}} = \sqrt[6]{4a^2b^{10}} = \sqrt[\cancel{6}]{2^{\cancel{2}}a^{\cancel{2}}b^{\cancel{10}}} = b\sqrt[3]{2ab^2}$

Effectuer et simplifier ls radicaux suivants avec $a, b, c\ positifs$:

a) $\sqrt{108}, \sqrt[3]{\frac{81}{8}}\ et\ \sqrt[6]{32 \cdot 48}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[n]{a^n}}, \sqrt[3]{\sqrt{4a^2b^{10}}} =$