**FICHE DE PREPARATION Nº 25**

BRANCHE: MATHEMATIQUE — ECOLE : C.S J.M DE LA MENNAIS
SOUS-BRANCHE: ANALYSE — PROF : Emilien LORANU
SUJET DE REVISION : Cas d'indétermination : 0/0 avec $p(x) = f(x)/g(x)$ — CLASSE : 4eme Scientifique et HP
SUJET DE LECON : Cas d'indétermination $\infty/\infty$ des limites — DATE :
MATERIEL DIDACTIQUE : Craie de couleur — HEURE :
MANUELS UTILISES : *Maitrisé les Maths 6.2*.

**Objectif opérationnel** : A la fin de la leçon, l'élève qui l'aura suivie avec succès devra être capable de déterminer correctement la vraie valeur de la limite en utilisant la méthode de la levée d'indétermination endéans $\pm$ 5 min.

**MARCHE DE LA LECON**

| TIMING | MATIERES A ENSEIGNER | NOTES METHODOLOGIQUES |
|---|---|---|
| 5 min | **I. ACTIVITES INITIALES**<br>**a. Révision**<br>$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0$ et<br>$g(x) = b_p x^p + b_{p-1}x^{p-1} + b_{p-2}x^{p-2} + \cdots + b_1 x + b_0$<br>Deux polynômes de degrés respectifs n et p.<br>**b. Motivation**<br>Et bien , on se retrouve devant le cas d'indétermination<br>**c. Annonce du sujet**<br>Aujourd'hui, nous allons étudier la limite d'une fonction + la limite à droite et à gauche.<br>**d. Annonce de l'objectif opérationnel** | Soit le polynôme suivant<br>Quelle est la valuation de f(x).<br>Qu'est ce qu'on obtient en remplaçant x par ∞ ?<br>Inscrivez le titre dans vos cahiers ainsi que dans vos J.C.<br>Cfr. l'en-tête |
| 35 min | **II. DEVELOPPEMENT**<br>**A. ANALYSE**<br>Cas d'indétermination $\frac{\infty}{\infty}$<br>**Premier cas : Fractions rationnelles**<br>Soient les polynômes $(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0$ et $g(x) = b_p x^p + b_{p-1}x^{p-1} + b_{p-2}x^{p-2} + \cdots + b_1 x + b_0$ de degrés respectifs n et p.<br>$\lim_{\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{\infty} \frac{a_n x^n}{b_p x^p}$ prend la forme $\frac{\infty}{\infty}$<br>Pour déterminer la vraie valeur de la limite, trois cas sont possibles :<br>• Si $n = p$ alors $\lim_{\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a_n}{b_p} \lim_{\infty} \frac{x^n}{x^n} = \frac{a_n}{b_p}$<br>• Si $n < p$ alors $\lim_{\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a_n}{b_p} \lim_{\infty} \frac{1}{x^{p-n}} = 0$<br>• Si $n > p$ alors $\lim_{\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a_n}{b_p} \lim_{\infty} x^{n-p} = \infty$ | Quel est le cas d'indétermination qui reste ?<br>Quelle est la convergence de la limite?<br>L'enseignant insiste sur la lecture de la part de l'élève de polynôme ci-contre.<br>L'enseignant travaille avec le concours des élèves<br>Que donne la réponse ? |

| | | |
|---|---|---|
| | On retient que : la limite de $\frac{f(x)}{g(x)}$ lorsque x tend vers l'infini est :<br>➢ Le quotient des coefficients de termes de plus haute puissance du numérateur et du dénominateur si le degré du numérateur est égal à celui du dénominateur ;<br>➢ Nulle si le degré du numérateur est strictement inferieur au degré du dénominateur ;<br>➢ Infini (signe à préciser) si le degré du numérateur est strictement supérieur au degré du dénominateur.<br>**Exemples**<br>1) $\lim_{\pm\infty} \frac{3x^5+4x^2-x+2}{-6x^5-x^4+x+3} = \lim_{\pm} \frac{3x^5}{-6x^5}$<br>$= \frac{3}{-6} \lim_{\pm\infty} \frac{x^5}{x^5}$<br>$= -\frac{1}{2}$<br>2) $\lim_{\pm\infty} \frac{2x-3}{3x^2+2x+4} = \lim_{\pm} \frac{2x}{3x^2}$<br>$= \frac{2}{3} \lim_{\pm\infty} \frac{1}{x}$<br>$= 0$ | De quel cas s'agit-il ?<br>Qui peut nous faire la lecture ces trois cas ?<br>L'enseignant travaille avec le concours des élèves.<br>Qui peut nous faire la lecture de cette question ?<br>Quelle est la vraie valeur de cette limite donnée ? |
| 5 min | **B. SYNTHESE**<br>Le quotient des coefficients de termes de plus haute puissance du numérateur et du dénominateur si le degré du numérateur est égal à celui du dénominateur ;<br>Nulle si le degré du numérateur est strictement inferieur au degré du dénominateur ;<br>Infini (signe à préciser) si le degré du numérateur est strictement supérieur au degré du dénominateur.<br>. | Que faire pour lever l'indétermination de la forme $\frac{\infty}{\infty}$ ? |
| 5 min | **III. ACTIVITE DE CONTROLE OU DE FIXATION**<br>$\lim_{\pm\infty} \frac{-7x^2+3x^3-x+4}{-x^2+6x-2}$ | Calculer la limite de la fonction ci-après en utilisant la méthode pour le cas où l'indétermination de la forme $\frac{\infty}{\infty}$ |
| | **IV. AUTOCRITIQUE** | |