FICHE DE PREPARATION Nº 19

BRANCHE : MATHEMATIQUE — ECOLE : C.S J.M DE LA MENNAIS
SOUS-BRANCHE : ANALYSE — PROF : Emilien LORANU
SUJET DE REVISION : La limite d'un polynôme lorsque x tend vers l'infini — CLASSE : 4eme Scientifique et HP
SUJET DE LECON : Cas d'indétermination 0/0 (fractions rationnelles) — DATE :
MATERIEL DIDACTIQUE : Craie de couleur — HEURE :
MANUELS UTILISES : *Maitrisé les Maths 6.2*.

Objectif opérationnel : A la fin de la leçon, l'élève qui l'aura suivie avec succès devra être capable de calculer correctement la limite d'une fonction donnée sans l'aide de l'enseignant endéans ± 5 min.

MARCHE DE LA LECON

TIMING	MATIERES A ENSEIGNER	NOTES METHODOLOGIQUES
5 min	**I. ACTIVITES INITIALES** **a. Révision** La limite d'un polynôme lorsque x tend vers l'infini est égale à la limite de son terme de plus haut degré. **b. Motivation** Il s'agit de l'indétermination pour le cas de limite **c. Annonce du sujet** Aujourd'hui, nous allons étudier l'indétermination de la forme 0/0 **d. Annonce de l'objectif opérationnel**	Comment se calcule la limite d'un polynôme lorsque x tend vers l'infini ? Que représente les formes ci-après :0/0, ∞/∞, ∞^0 ? Inscrivez le titre dans vos cahiers ainsi que dans vos J.C. Cfr. l'en-tête
35 min	**II. DEVELOPPEMENT** **A. ANALYSE** **3. Cas d'indétermination** Dans ce paragraphe ; nous allons examiner quelques formes particulières dites indéterminées que peuvent prendre la limite d'une fonction en un point. Ces formes sont : $\infty-\infty, 0.\infty, \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 1^{\infty}, 0^0$ et ∞^0 La valeur qu'on trouve après la transformation de la fonction est appelée vraie valeur et le calcul qui permet de la déterminer est la levée de l'indétermination. a) Cas d'indétermination $\frac{0}{0}$ **Premier cas : Fonctions rationnelles** Soit la fonction $p: x \to p(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. Si $\lim_a f(x) = \lim_a g(x) = 0$ alors $\lim_a \frac{f(x)}{g(x)}$ prend la forme $\frac{0}{0}$ Dans ce cas $x-a$ est un facteur commun à $f(x)$ et $g(x)$. Ainsi ; $\lim_a \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_a \frac{(x-a).q(x)}{(x-a).t(x)}$ $= \lim_a \frac{q(x)}{t(x)}$ $= \lim_a \frac{q(a)}{t(a)}$ Si l'indétermination persiste, on continue avec la factorisation. **Exemples** 1) $\lim_1 \frac{2x^3+x^2-8x+5}{x^3-3x+2} = \frac{2.1^3+1^2-8.1+5}{1^3-3.1+2} = \frac{0}{0}$: F.I	Le premier cas d'indétermination Qu'attendez-vous par la vraie valeur ? L'enseignant insiste sur la lecture de la part de l'élève dans le tableau de signe. L'enseignant travaille avec le concours des élèves Que vaut la limite à rapport avec son calcul ?

	Factorisons le numérateur et le dénominateur. $2x^3 + x^2 - 8x + 5$ On sait que $ax^3 + bx^2 + cx + d = (x - a).q(x)$ $1 \left\| \begin{array}{cccc} & 2 & 1 & -8 \\ & & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & & -5 \end{array} \right. 0$ $q(x) = 2x^2 + 3x - 5$ D'où $2x^3 + x^2 - 8x + 5 = (x - 1).(2x^2 + 3x - 5)$ $. x^3 - 3x + 2 = (x - a).q(x)$ $x^3 + 0x^2 - 3x + 2 = (x - 1).q(x)$ $1 \left\| \begin{array}{cccc} & 1 & 0 & -3 \\ & & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & & -2 \end{array} \right. 0$ $q(x) = x^2 + x - 2$ D'où $x^3 - 3x + 2 = (x - 1).(x^2 + x - 2)$ En fin pour trouver la limite, on procède comme suit : $\lim_{1} \frac{2x^3 + x^2 - 8x + 5}{x^3 - 3x + 2} = \frac{(x - 1).(2x^2 + 3x - 5)}{(x - 1).(x^2 + x - 2)}$ Et après le remplacement, on obtient la vraie valeur.	Que dire de la limite de cette fonction ? L'enseignant travaille avec le concours des élèves. La division est-elle exacte ? Que vaut le quotient ? Voici la suite du calcul
5 min	**B. SYNTHESE** Soit la fonction $p: x \to p(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. Si $\lim_{a} f(x) = \lim_{a} g(x) = 0$ alors $\lim_{a} \frac{f(x)}{g(x)}$ prend la forme $\frac{0}{0}$ Dans ce cas $x - a$ est un facteur commun à $f(x)$ et $g(x)$. Ainsi ; $\lim_{a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{a} \frac{(x-a).q(x)}{(x-a).t(x)}$ $= \lim_{a} \frac{q(x)}{t(x)}$ $= \lim_{a} \frac{q(a)}{t(a)}$	Quelles sont les propriétés de base à retenir pour lever l'indétermination ? L'enseignant demande aux élèves d'aller retenir cela.
5 min	**III. ACTIVITE DE CONTROLE OU DE FIXATION** $\lim_{1} \frac{x^3-1}{x^2-1}$ L'élève se met au calcul pour produire un résultat.	Calculer la limite de la fonction ci-après :
	IV. AUTOCRITIQUE	