



MATH 4ème SC/HP

FICHE No 31

Dérivées des fonctions circulaires (trigon.)

Appui à l'éducation des enfants réfugiés en crise de Covid-19 dans les provinces du Nord-Ubangi, Bas-Uélé et Haute-Uélé



OBJECTIF OPÉRATIONNEL

A la fin de la leçon, l'élève qui l'aura suivie avec succès devra être capable de calculer correctement la dérivée d'une fonction circulaire et son inverse sans l'aide de l'enseignant endéans ± 5 min.

Dérivées des fonctions circulaires (trigon.)

- $(\sin x)' = \cos x \rightarrow (\sin u)' = u' \cos u$
- $(\cos x)' = -\sin x \rightarrow (\cos u)' = -u' \sin u$
- $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow (\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
- $(\cotan x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} \rightarrow (\cotan u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

Dérivées des fonctions circulaires réciproques

Les fonctions réciproques sont :

- *Arcsinx*
- *Arccosx*
- *Arctanx*
- *Arccotanx*

Voici les formules à retenir :

- $(\text{Arcsinx})' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \rightarrow (\text{Arcsinu})' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
- $(\text{Arccosx})' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \rightarrow (\text{Arcscosu})' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
- $(\text{Arctanx})' = \frac{1}{1+x^2} \rightarrow (\text{Arctanu})' = \frac{u'}{1+u^2}$

$$(\text{Arccotanx})' = -\frac{1}{1+x^2} \rightarrow (\text{Arccotanu})' = -\frac{u'}{1+u^2}$$



Exemples

Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

$$\text{a) } f(x) = 2\sin^3 x \quad \text{b) } \cos \frac{x}{2} \quad \text{c) } \tan \frac{x}{2} \quad \text{d) } \cot\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)$$

Exemples

Solution

$$\begin{aligned} \text{a) } (2\sin^3 x)' &= 2 \cdot 3 \cdot \sin^{3-1} x \cdot (\sin x)' \\ &= 6 \cdot \sin^2 x \cdot \cos x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left(\cos \frac{x}{2}\right)' &= -\left(\frac{x}{2}\right)' \cdot \sin \frac{x}{2} \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \sin \frac{x}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left[\cot\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)\right]' &= \frac{-\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)'}{\sin^2\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)} \\ &= \frac{2}{\sin^2\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)} \end{aligned}$$

$$\text{d) } \left(\tan \frac{x}{2}\right)' = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)'}{\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)} = \frac{1}{2\cos^2 \frac{x}{2}}$$



EVALUATION

Calculer: (Arcsin $2x$)

Calculer la dérivée de la fonction suivante.