



MATH 4ème SC/HP

FICHE No 25

Cas d'indétermination ∞/∞ des limites

Appui à l'éducation des enfants réfugiés en crise de Covid-19 dans les provinces du Nord-Ubangi, Bas-Uélé et Haute-Uélé



OBJECTIF OPÉRATIONNEL

A la fin de la leçon, l'élève qui l'aura suivie avec succès devra être capable de déterminer correctement la vraie valeur de la limite en utilisant la méthode de la levée d'indétermination endéans ± 5 min.

Cas d'indétermination $\frac{\infty}{\infty}$

Premier cas : Fractions rationnelles

Soient les polynômes $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ et $g(x) = b_p x^p + b_{p-1} x^{p-1} + b_{p-2} x^{p-2} + \dots + b_1 x + b_0$ de degrés respectifs n et p .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n}{b_p x^p} \text{ prend la forme } \frac{\infty}{\infty}$$

Pour déterminer la vraie valeur de la limite, trois cas sont possibles :

$$\begin{aligned} \text{Si } n = p \text{ alors } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{a_n}{b_p} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{x^n} \\ &= \frac{a_n}{b_p} \end{aligned}$$

Cas d'indétermination $\frac{\infty}{\infty}$

$$\text{Si } n < p \text{ alors } \lim_{\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a_n}{b_p} \lim_{\infty} \frac{1}{x^{p-n}} \\ = 0$$

$$\text{Si } n > p \text{ alors } \lim_{\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a_n}{b_p} \lim_{\infty} x^{n-p} \\ = \infty$$

On retient que : la limite de $\frac{f(x)}{g(x)}$ lorsque x tend vers l'infini est :

Le quotient des coefficients de termes de plus haute puissance du numérateur et du dénominateur si le degré du numérateur est égal à celui du dénominateur ;

Cas d'indétermination $\frac{\infty}{\infty}$

Nulle si le degré du numérateur est strictement inférieur au degré du dénominateur ;

Infini (signe à préciser) si le degré du numérateur est strictement supérieur au degré du dénominateur.

Exemples

$$\begin{aligned}\lim_{\pm\infty} \frac{3x^5 + 4x^2 - x + 2}{-6x^5 - x^4 + x + 3} &= \lim_{\pm\infty} \frac{3x^5}{-6x^5} \\ &= \frac{3}{-6} \lim_{\pm\infty} \frac{x^5}{x^5} \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Cas d'indétermination $\frac{\infty}{\infty}$

$$\begin{aligned} 2) \lim_{\pm\infty} \frac{2x-3}{3x^2+2x+4} &= \lim_{\pm\infty} \frac{2x}{3x^2} \\ &= \frac{2}{3} \lim_{\pm\infty} \frac{1}{x} \\ &= 0 \end{aligned}$$



EVALUATION

Calculer la limite de la fonction ci-après en utilisant la méthode pour le cas où l'indétermination de la forme $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{\pm\infty} \frac{-7x^2 + 3x^3 - x + 4}{-x^2 + 6x - 2}$$