

MATH 4ème SC/HP

FICHE No 24

Limites des fonctions trigonométriques

Appui à l'éducation des enfants réfugiés en crise de Covid-19 dans les provinces du Nord-Ubangi, Bas-Uélé et Haute-Uélé



OBJECTIF OPÉRATIONNEL

A la fin de la leçon, l'élève qui l'aura suivie avec succès devra être capable de calculer correctement la limite d'une fonction trigonométrique donnée sans l'aide de l'enseignant endéans ± 5 min.

Limites des fonctions trigonométriques

Théorèmes

$$1. \lim_{a} \sin x = \sin a$$

$$2. \lim_{a} \cos x = \cos a$$

$$3. \lim_{a} \tan x = \tan a \quad (a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ et } k \in \mathbb{Z})$$

$$4. \lim_{a} \cotan x = \cotan a \quad (a \neq k\pi \text{ et } k \in \mathbb{Z})$$

$$5. \lim_{a^+} \tan x = -\infty \quad (a = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ et } k \in \mathbb{Z})$$

$$6. \lim_{a^-} \tan x = +\infty \quad (a = k\pi \text{ et } k \in \mathbb{Z})$$

$$7. \lim_{a^+} \cotan x = +\infty \quad (a = k\pi \text{ et } k \in \mathbb{Z})$$

$$8. \lim_{a^-} \cotan x = -\infty \quad (a = k\pi \text{ et } k \in \mathbb{Z})$$

Limites des fonctions trigonométriques

b) Limites particulières

$$\lim_{0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \text{et} \quad \lim_{0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

Conséquences

$$\lim_{0} \frac{x}{\sin x} = 1 \quad \text{b.} \lim_{0} \frac{x}{\tan x} = 1$$

$$\text{c.} \lim_{0} \frac{\sin px}{qx} = \frac{p}{q} \quad \text{d.} \lim_{0} \frac{qx}{\sin px} = \frac{q}{p}$$

$$\text{e.} \lim_{0} \frac{\sin px}{\sin qx} = \frac{p}{q} \quad \text{f.} \lim_{0} \frac{\tan px}{qx} = \frac{p}{q}$$

$$\text{g.} \lim_{0} \frac{\sin px}{\tan qx} = \frac{p}{q} \quad \text{h.} \lim_{0} \frac{\tan qx}{\sin px} = \frac{q}{p}$$

Exemples

$$\lim_{\frac{\pi}{6}} (\sin x + \cos x) = \lim_{\frac{\pi}{6}} \sin x + \lim_{\frac{\pi}{6}} \cos x$$

Limites des fonctions trigonométriques

$$= \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

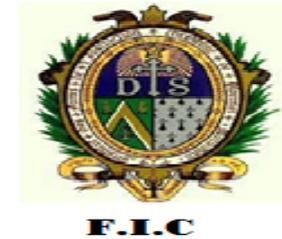
$$\lim_{\frac{\pi}{3}} (\cos + \sin x) = \lim_{\frac{\pi}{3}} \cos x + \lim_{\frac{\pi}{3}} \sin 6x$$

$$= \cos \frac{\pi}{3} + \sin 6 \cdot \frac{\pi}{3}$$

$$= \cos \frac{\pi}{3} + \sin 2\pi$$

$$= \frac{1}{2} + 0$$

$$= \frac{1}{2}$$



EVALUATION

$$\lim_{\frac{\pi}{2}} (2\sin x - \cos x + \cos^2 x)$$

Calculer la limite de la fonction ci-après :