



MATH 4ème SC/HP

FICHE No 19

Cas d'indétermination 0/0 (fractions rationnelles)

Appui à l'éducation des enfants réfugiés en crise de Covid-19 dans les provinces du Nord-Ubangi, Bas-Uélé et Haute-Uélé



OBJECTIF OPÉRATIONNEL

A la fin de la leçon, l'élève qui l'aura suivie avec succès devra être capable de calculer correctement la limite d'une fonction donnée sans l'aide de l'enseignant en ± 5 min.

Cas d'indétermination

Dans ce paragraphe ; nous allons examiner quelques formes particulières dites indéterminées que peuvent prendre la limite d'une fonction en un point.

Ces formes sont : $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, $\frac{0}{\infty}$, $\frac{\infty}{\infty}$, 1^∞ , 0^0 et ∞^0

La valeur qu'on trouve après la transformation de la fonction est appelée vraie valeur et le calcul qui permet de la déterminer est la levée de l'indétermination.

Cas d'indétermination $\frac{0}{0}$

Premier cas : Fonctions rationnelles

Soit la fonction $p: x \rightarrow p(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. Si

$\lim_a f(x) = \lim_a g(x) = 0$ alors $\lim_a \frac{f(x)}{g(x)}$ prend la forme $\frac{0}{0}$

Cas d'indétermination

Dans ce cas $x - a$ est un facteur commun à $f(x)$ et $g(x)$.

$$\begin{aligned} \text{insi ; } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a).q(x)}{(x-a).t(x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{q(x)}{t(x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{q(a)}{t(a)} \end{aligned}$$

Si l'indétermination persiste, on continue avec la factorisation.

Cas d'indétermination

Exemples

$$\lim_1 \frac{2x^3 + x^2 - 8x + 5}{x^3 - 3x + 2} = \frac{2 \cdot 1^3 + 1^2 - 8 \cdot 1 + 5}{1^3 - 3 \cdot 1 + 2} = \frac{0}{0} : \text{F.I.}$$

Factorisons le numérateur et le dénominateur.

$$2x^3 + x^2 - 8x + 5$$

On sait que $ax^3 + bx^2 + cx + d = (x - a) \cdot q(x)$

$$1 \left| \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -8 & 5 \\ \hline & 2 & 3 & \\ \hline 2 & 3 & -5 & 0 \end{array} \right|$$

$$q(x) = 2x^2 + 3x - 5$$

D'où $2x^3 + x^2 - 8x + 5 = (x - 1) \cdot (2x^2 + 3x - 5)$

$$\cdot x^3 - 3x + 2 = (x - a) \cdot q(x)$$

$$x^3 + 0x^2 - 3x + 2 = (x - 1) \cdot q(x)$$

Cas d'indétermination

$$1 \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & \\ \hline & 1 & 1 & \\ \hline 1 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right|$$

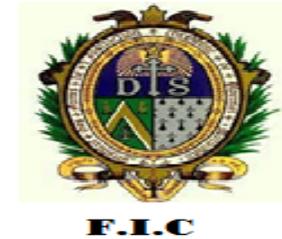
$$q(x) = x^2 + x - 2$$

$$\text{D'où } x^3 - 3x + 2 = (x - 1) \cdot (x^2 + x - 2)$$

En fin pour trouver la limite, on procède comme suit :

$$\lim_1 \frac{2x^3 + x^2 - 8x + 5}{x^3 - 3x + 2} = \frac{(x - 1) \cdot (2x^2 + 3x - 5)}{(x - 1) \cdot (x^2 + x - 2)}$$

Et après le remplacement, on obtient la vraie valeur



EVALUATION

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

Calculer la limite de la fonction ci-haut :