MATH 4ème SC/HP

FICHE No 19

Cas d'indétermination 0/0 (fractions rationnelles)

Appui à l'éducation des enfants réfugiés en crise de Covid-19 dans les provinces du Nord-Ubangi, Bas-Uélé et Haute-Uélé

OBJECTIF OPÉRATIONNEL

A la fin de la leçon, l’élève qui l’aura suivie avec succès devra être capable de calculer correctement la limite d’une fonction donnée sans l’aide de l’enseignant endéans $\pm$ 5 min.

Cas d'indétermination

Dans ce paragraphe ; nous allons examiner quelques formes particulières dites indéterminées que peuvent prendre la limite d'une fonction en un point.

Ces formes sont : $\infty - \infty, 0.\infty, \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 1^{\infty}, 0^0$ et ∞^0

La valeur qu'on trouve après la transformation de la fonction est appelée vraie valeur et le calcul qui permet de la déterminer est la levée de l'indétermination.

Cas d'indétermination $\frac{0}{0}$

Premier cas : Fonctions rationnelles

Soit la fonction $p : x \to p(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. Si

$\lim\limits_{a} f(x) = \lim\limits_{a} g(x) = 0$ alors $\lim\limits_{a} \frac{f(x)}{g(x)}$ prend la forme $\frac{0}{0}$

Cas d'indétermination

Dans ce cas $x - a$ est un facteur commun à $f(x)$ et $g(x)$.

insi ; $\lim\limits_{a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{a} \frac{(x-a).q(x)}{(x-a).t(x)}$

$=\lim\limits_{a} \frac{q(x)}{t(x)}$

$=\lim\limits_{a} \frac{q(a)}{t(a)}$

Si l'indétermination persiste, on continue avec la factorisation.

Cas d'indétermination

Exemples

$$\lim_{1} \frac{2x^3+x^2-8x+5}{x^3-3x+2} = \frac{2.1^3+1^2-8.1+5}{1^3-3.1+2} = \frac{0}{0} : \text{F.I}$$

Factorisons le numérateur et le dénominateur.

$$2x^3 + x^2 - 8x + 5$$

On sait que $ax^3 + bx^2 + cx + d = (x-a).q(x)$

$$1 \left| \begin{array}{cccc} & 2 & 1 & -8 \\ & & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & & -5 \end{array} \right| 0$$

$$q(x) = 2x^2 + 3x - 5$$

D'où $2x^3 + x^2 - 8x + 5 = (x-1).(2x^2 + 3x - 5)$

$$.\ x^3 - 3x + 2 = (x-a).q(x)$$

$$x^3 + 0x^2 - 3x + 2 = (x-1).q(x)$$

Cas d'indétermination

$$1\left|\begin{array}{ccc} 1 & 0 & -3 \\ & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & -2 \end{array}\right| 0$$

$$q(x) = x^2 + x - 2$$

D'où $x^3 - 3x + 2 = (x-1).(x^2 + x - 2)$

En fin pour trouver la limite, on procède comme suit :

$$\lim_{1} \frac{2x^3 + x^2 - 8x + 5}{x^3 - 3x + 2} = \frac{(x-1).(2x^2 + 3x - 5)}{(x-1).(x^2 + x - 2)}$$

Et après le remplacement, on obtient la vraie valeur

TERRE SANS FRONTIÈRES

EDUCATION CANNOT WAIT

The global fund for education in emergencies

F.I.C

EVALUATION

$$\lim_{1} \frac{x^3-1}{x^2-1}$$

Calculer la limite de la fonction ci-haut :